

Μαθηματικά

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Δημήτριος Αργυράκης, Μαθηματικός,
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
Παναγιώτης Βουργάνας, Μαθηματικός,
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
Κωνσταντίνος Μεντής, Μαθηματικός,
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
Σταματούλα Τσικοπούλου, Μαθηματικός,
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης
Μιχαήλ Χρυσοβέργης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

ΚΡΙΤΕΣ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Εμμανουήλ Μανανάκης, Επίκουρος καθηγητής Πολυτεχνικής Σχολής
Πανεπιστημίου Πατρών
Μιχαήλ Σαλίχος, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών
Νικόλαος Παπαευστρατίου, Μαθηματικός,
Εκπαιδευτικός Β/θμιας Εκπαίδευσης

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Νικόλαος Μαρουλάκης, Σκιτσογράφος - Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Ευγενία Βελάγκου, Φιλολόγος

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ

Δημήτριος Κοντογιάννης, Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΕΞΩΦΥΛΛΟ

Παναγιώτης Γράββαλος, Ζωγράφος

ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ



**ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΑΤΑΚΗ**

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1. / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:
«Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

Πράξη με τίτλο:

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Δημήτριος Γ. Βλάχος

Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ.,

Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

«Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Γυμνάσιο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου

Αντώνιος Σ. Μπομπέτης

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτές Επιστημονικοί Υπεύθυνοι Έργου

Γεώργιος Κ. Παλής

Σύμβουλος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Ιγνάτιος Ε. Χατζηευστρατίου

Μόνιμος Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

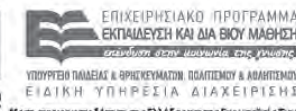
ΕΚΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΜΑΚΕΤΑΣ,

ΕΝΣΩΜΑΤΩΣΗ ΑΛΛΑΓΩΝ ΒΑΣΕΙ ΥΠΟΔΕΙΞΕΩΝ

ΤΟΥ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟΥ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟΥ,

ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ:

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ / Ι.Τ.Υ.Ε. «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ

Δημήτριος Αργυράκης
Παναγιώτης Βουργάνας
Κωνσταντίνος Μεντής
Σταματούλα Τσικοπούλου
Μιχαήλ Χρυσοβέργης

ΑΝΑΔΟΧΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Μαθηματικά

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»



Πρόλογος

Το βιβλίο που κρατάς στα χέρια σου, έχει σκοπό να βοηθήσει εσένα το μαθητή της Γ' Γυμνασίου, να κατανοήσεις και να εμπεδώσεις τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και να αποκτήσεις τις αναγκαίες δεξιότητες που περιλαμβάνονται στο αναλυτικό πρόγραμμα της τάξης σου.

Η ύλη του βιβλίου είναι οργανωμένη σε δύο μέρη. Το Α' Μέρος περιλαμβάνει 5 Κεφάλαια που αναφέρονται στην Άλγεβρα, ενώ το Β' Μέρος περιλαμβάνει 2 Κεφάλαια που αναφέρονται στη Γεωμετρία και την Τριγωνομετρία. Κάθε Κεφάλαιο χωρίζεται σε ενότητες μαθημάτων.

Σε κάθε ενότητα περιλαμβάνονται:

1. Οι κύριοι στόχοι. Στην αρχή κάθε ενότητας αναγράφονται οι κύριοι στόχοι της, όπως διατυπώνονται στο αναλυτικό πρόγραμμα, ώστε να ξέρεις πού σε οδηγεί ο καθηγητής σου.

2. Η δραστηριότητα. Οι δραστηριότητες είναι μια μεγάλη ποικιλία προβλημάτων, όσο το δυνατόν πιο κοντά στα ενδιαφέροντά σου, που οδηγούν στην αναγκαιότητα της εισαγωγής των εννοιών που θα διδαχθείς ή στην επανάληψη και διεύρυνση άλλων που έχεις ήδη διδαχθεί σε προηγούμενες τάξεις. Με κατάλληλα ερωτήματα γίνεται προσπάθεια να επικεντρωθεί η προσοχή σου σε ορισμένες ενέργειες που θα σου δώσουν την ευκαιρία να αναπτύξεις πρωτοβουλία, να διατυπώσεις τις ιδέες και απόψεις σου και να τις ανταλλάξεις με τους συμμαθητές σου.

3. Το κυρίως μάθημα. Περιλαμβάνει γνώσεις που πρέπει να αποκτήσεις, να συγκρατήσεις και να μπορείς να εφαρμόζεις, όπως ορισμούς και ιδιότητες, που θα σου επιτρέψουν να επιλύεις προβλήματα και να διατυπώνεις συλλογισμούς. Σε πολλές περιπτώσεις περιλαμβάνει αποδείξεις βασικών προτάσεων.

4. Παραδείγματα - Εφαρμογές. Πρόκειται για ένα σύνολο λυμένων ασκήσεων και προβλημάτων, που σκοπεύουν να σου δώσουν τη δυνατότητα να μάθεις πώς να αντιμετωπίζεις ανάλογες ασκήσεις, να διαπιστώσεις την ευρύτητα των εφαρμογών που έχουν τα Μαθηματικά, να αποκτήσεις νέες εμπειρίες στις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων και να διευρύνεις το πεδίο των γνώσεών σου.

5. Ερωτήσεις κατανόησης. Είναι απλά ερωτήματα ή σύντομα προβλήματα τα οποία πρέπει να μπορείς να απαντήσεις, μετά την ολοκλήρωση του μαθήματος.

Πρόλογος

6. Προτεινόμενες ασκήσεις και προβλήματα. Ιδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε για τη συλλογή και την ταξινόμηση των προτεινόμενων ασκήσεων και προβλημάτων. Από τις πιο απλές ασκήσεις ως τα πιο σύνθετα προβλήματα, έγινε προσπάθεια να αναδειχθεί η χρησιμότητά τους σε κάθε τομέα εφαρμογής τους, (Φυσική - Χημεία - Οικονομία κ.τ.λ.) που ενδείκνυται για την ηλικία και τις γνώσεις σου, αλλά και σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

Σε ορισμένες ενότητες περιλαμβάνονται συμπληρωματικά:

- **Θέματα από την Ιστορία των Μαθηματικών και Δραστηριότητες** που στοχεύουν να κεντρίσουν το ενδιαφέρον σου ώστε να συνεισφέρουν στην κατανόηση των εννοιών και των μαθηματικών προβλημάτων στα οποία αναφέρονται.
- **Διαθεματικά σχέδια εργασίας.** Πρόκειται για δραστηριότητες οι οποίες θα αποτελέσουν θέματα για ομαδική έρευνα και συνεργασία.

Στο τέλος κάθε κεφαλαίου υπάρχουν:

- **Γενικές Επαναληπτικές ασκήσεις και προβλήματα** και μια σύντομη **Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση** με τις βασικότερες γνώσεις που αποτελούν τον πυρήνα του κεφαλαίου.

Το βιβλίο κλείνει με:

Απαντήσεις - Υποδείξεις των ασκήσεων και Ευρετήριο όρων.

Πιστεύουμε ότι το βιβλίο αυτό ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις της σύγχρονης παιδαγωγικής και ότι οι γνώσεις που θα αποκτήσεις από αυτό θα σε βοηθήσουν στα επόμενα βήματά σου. Για να επιτευχθούν οι στόχοι του βιβλίου αυτού εκτός από τη δική σου προσπάθεια, χρειάζεται και η αρμονική συνεργασία με τον καθηγητή σου.

Οι συγγραφείς

Περιεχόμενα

Α' ΜΕΡΟΣ • ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1ο - ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1.1	Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις- συμπληρώσεις)	12
	Α. Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους	12
	Β. Δυνάμεις πραγματικών αριθμών	17
	Γ. Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού	20
1.2	Μονώνυμα - Πράξεις με μονώνυμα	25
	Α. Αλγεβρικές παραστάσεις-Μονώνυμα	25
	Β. Πράξεις με μονώνυμα	30
1.3	Πολυώνυμα - Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων	33
1.4	Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων	38
1.5	Αξιοσημείωτες ταυτότητες	42
1.6	Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων	53
1.7	Διαίρεση πολυωνύμων	63
1.8	Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων	68
1.9	Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις	71
1.10	Πράξεις ρητών παραστάσεων	75
	Α. Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση ρητών παραστάσεων	75
	Β. Πρόσθεση - Αφαίρεση ρητών παραστάσεων	78
	Γενικές ασκήσεις 1ου Κεφαλαίου	81
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 1ου Κεφαλαίου	83

Κεφάλαιο 2ο - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

2.1	Η εξίσωση $ax + b = 0$	86
2.2	Εξισώσεις δευτέρου βαθμού	89
	Α. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων	90
	Β. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου ...	94
2.3	Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού	99
2.4	Κλασματικές εξισώσεις	103
2.5	Ανισότητες - Ανισώσεις με έναν άγνωστο	110
	Α. Διάταξη πραγματικών αριθμών	110
	Β. Ιδιότητες της διάταξης	111
	Γ. Ανισώσεις πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο	113
	Γενικές ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου	118
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 2ου Κεφαλαίου	120

Κεφάλαιο 3ο - ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

3.1	Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης	122
3.2	Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του	128

Περιεχόμενα

3.3	Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος.....	133
	Γενικές ασκήσεις 3ου Κεφαλαίου.....	140
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 3ου Κεφαλαίου.....	141

Κεφάλαιο 4ο - ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

4.1	Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$	144
4.2	Η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$	150
	Γενικές ασκήσεις 4ου Κεφαλαίου.....	156
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 4ου Κεφαλαίου.....	158

Κεφάλαιο 5ο - ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

5.1	Σύνολα.....	160
5.2	Δειγματικός χώρος - Ενδεχόμενα.....	167
5.3	Έννοια της πιθανότητας.....	174
	Γενικές ασκήσεις 5ου Κεφαλαίου.....	180
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 5ου Κεφαλαίου.....	181

B' ΜΕΡΟΣ • ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1ο - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1.1	Ισότητα τριγώνων.....	186
1.2	Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων.....	198
1.3	Θεώρημα του Θαλή.....	206
1.4	Ομοιοθεσία.....	210
1.5	Ομοιότητα.....	215
	Α. Όμοια πολύγωνα.....	215
	Β. Όμοια τρίγωνα.....	220
1.6	Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων.....	225
	Γενικές ασκήσεις 1ου Κεφαλαίου.....	229
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 1ου Κεφαλαίου.....	230

Κεφάλαιο 2ο - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

2.1	Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$	232
2.2	Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών.....	237
2.3	Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.....	240
2.4	Νόμος των ημιτόνων - Νόμος των συνημιτόνων.....	244
	Γενικές ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου.....	251
	Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση 2ου Κεφαλαίου.....	253
	Τριγωνομετρικοί πίνακες.....	254

	Ευρετήριο όρων - ονομάτων.....	255
	Απαντήσεις - Υποδείξεις των προτεινόμενων ασκήσεων και προβλημάτων.....	256

Α' ΜΕΡΟΣ

♦

ΑΛΓΕΒΡΑ







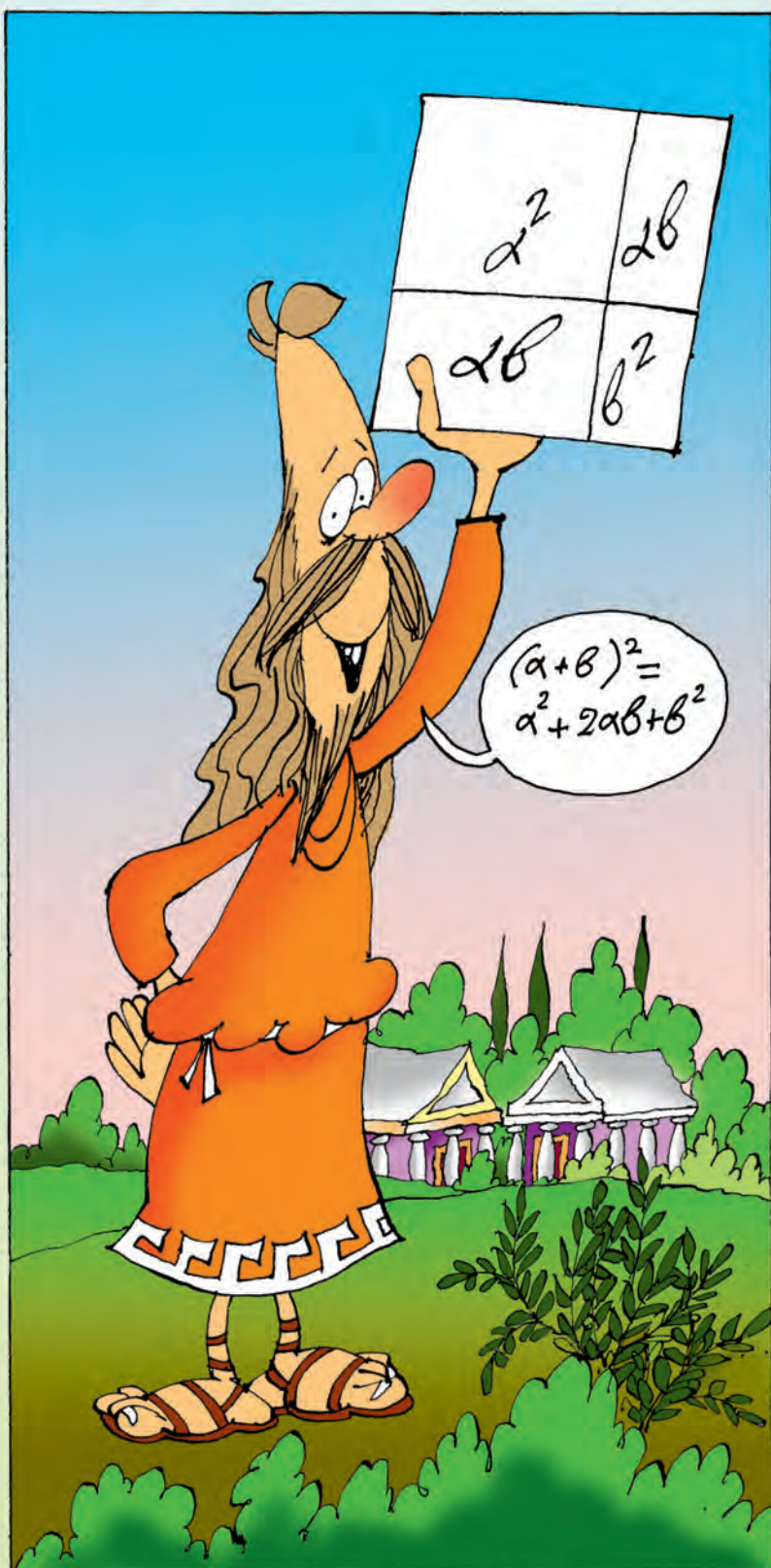
1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ



ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

- 1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις - συμπληρώσεις)
- 1.2 Μονώνυμα - Πράξεις με μονώνυμα
- 1.3 Πολυώνυμα - Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
- 1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
- 1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες
- 1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων
- 1.7 Διάρθρωση πολυωνύμων
- 1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων
- 1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις
- 1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων

Γενικές ασκήσεις 1ου κεφαλαίου
Επανάληψη - Ανακεφαλαίωση



1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις – συμπληρώσεις)



Θυμάμαι τους πραγματικούς αριθμούς, τις τεχνικές και τις βασικές ιδιότητες των πράξεών τους.
Εμπεδώνω τις ιδιότητες των δυνάμεων.
Γνωρίζω τις ιδιότητες των ριζών και μαθαίνω να τις χρησιμοποιώ.



A Οι πραγματικοί αριθμοί και οι πράξεις τους

Πραγματικοί αριθμοί είναι όλοι οι αριθμοί που γνωρίσαμε στις προηγούμενες τάξεις.
Π.χ. $\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2}$, 7,34, $\sqrt{2}$, 3, π , $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\sqrt{4}$, -0,5, $1 + \sqrt{3}$, 6,1010010001...
Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

Ρητός λέγεται κάθε αριθμός που έχει ή μπορεί να πάρει τη μορφή ενός κλάσματος $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ , ν ακέραιοι αριθμοί και $\nu \neq 0$.

$\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{2} = \frac{-5}{2}$, $7,34 = \frac{734}{100}$,
 $3 = \frac{3}{1}$, $\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$, $-0,5 = \frac{-5}{10}$.

Άρρητος λέγεται κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός.

$\sqrt{2}$, π , $\frac{\sqrt{5}}{3}$, $1 + \sqrt{3}$, 6,1010010001...



Κάθε πραγματικός αριθμός παριστάνεται μ' ένα σημείο πάνω σ' έναν άξονα.

Η απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού a συμβολίζεται με $|a|$ και είναι ίση με την απόσταση του σημείου, που παριστάνει τον αριθμό a , από την αρχή του άξονα.

Για παράδειγμα: $|-2| = 2$, $|2| = 2$, $|0| = 0$, $|\frac{-3}{4}| = \frac{3}{4}$

Οι πράξεις στους πραγματικούς αριθμούς

Πρόσθεση

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους, και στο άθροισμα αυτό βάζουμε ως πρόσημο το κοινό τους πρόσημο.

$$\begin{aligned} +7 + 5 &= +12 \\ -7 - 5 &= -12 \end{aligned}$$

- Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς, αφαιρούμε τη μικρότερη απόλυτη τιμή από τη μεγαλύτερη και στη διαφορά αυτή βάζουμε πρόσημο, το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$\begin{aligned} +5 - 7 &= -2 \\ -5 + 7 &= +2 \end{aligned}$$

Πολλαπλασιασμός

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο τους βάζουμε πρόσημο +
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο τους βάζουμε πρόσημο -

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (+7) &= +35 \\ (-5) \cdot (-7) &= +35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (-7) &= -35 \\ (-5) \cdot (+7) &= -35 \end{aligned}$$

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού

Για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό ισχύουν οι ιδιότητες:

Ιδιότητα	Πρόσθεση	Πολλαπλασιασμός
Αντιμεταθετική	$a + b = b + a$	$ab = ba$
Προσεταιριστική	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(bc) = (ab)c$
Ουδέτερο στοιχείο	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1, \quad a \neq 0$
Επιμεριστική	$a(b + c) = ab + ac$	

Υπενθυμίζουμε ακόμη ότι:

- $a \cdot 0 = 0$.
- Αν $a \cdot b = 0$, τότε $a = 0$ ή $b = 0$.
- Αν $a \cdot b \neq 0$, τότε $a \neq 0$ και $b \neq 0$.
- Δύο αριθμοί που έχουν άθροισμα μηδέν, λέγονται **αντίθετοι**.
- Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, λέγονται **αντίστροφοι**.

$$\begin{aligned} -3, 3 \\ \frac{4}{5}, \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Αφαίρεση – Διαίρεση

Οι πράξεις της αφαίρεσης και της διαίρεσης γίνονται με τη βοήθεια της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού αντιστοίχως.

- Για να βρούμε τη διαφορά δύο αριθμών, προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου.

$$\begin{aligned} 5 - 7 &= 5 + (-7) = -2 \\ 5 - (-7) &= 5 + (+7) = 12 \end{aligned}$$

$$a - b = a + (-b)$$

- Για να βρούμε το πηλίκο δύο αριθμών ($a : b$, ή $\frac{a}{b}$ με $b \neq 0$), πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$-5 : 15 = -5 \cdot \frac{1}{15} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$$

$$a : b = a \cdot \frac{1}{b} \quad \text{ή} \quad \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1 Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) (-3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3} + 3\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \beta) \frac{-3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{3}}$$

Λύση

$$\alpha) (-3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3} + 3\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 3 - \left(-\frac{1}{6}\right) =$$

$$= +\frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 3 + \frac{1}{6} = \frac{27}{6} + \frac{2}{6} - \frac{18}{6} + \frac{1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\beta) \frac{-3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{6}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{6}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{3}} = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

2 Αν $\alpha + \beta = -3$ και $\gamma + \delta = -5$, να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $A = -(\gamma - 2\alpha) + 2\left(\beta - \frac{\delta}{2}\right)$.

Λύση

$$A = -(\gamma - 2\alpha) + 2\left(\beta - \frac{\delta}{2}\right) =$$

$$= -\gamma + 2\alpha + 2\beta - \delta = \quad (\text{επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$= 2\alpha + 2\beta - \gamma - \delta = \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα})$$

$$= 2(\alpha + \beta) - (\gamma + \delta) = \quad (\text{επιμεριστική ιδιότητα})$$

$$= 2(-3) - (-5) =$$

$$= -6 + 5 =$$

$$= -1$$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σημειώνοντας «x» στην κατάλληλη θέση.

	-3	$\frac{1}{2}$	6	$0,\bar{3}$	-0,8	$\sqrt{3}$	$\sqrt{16}$	3,14	π	$\frac{22}{7}$
Ακέραιος										
Ρητός										
Άρρητος										

2 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$$\alpha) -3 + 7 = \dots \quad \beta) -6 + 6 = \dots \quad \gamma) -2 - 9 = \dots$$

$$\delta) (-2) \cdot \frac{1}{3} = \dots \quad \epsilon) 0 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \dots \quad \sigma\tau) \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \dots$$

$$\zeta) (-6) : \left(-\frac{12}{5}\right) = \dots \quad \eta) \left(-\frac{8}{5}\right) : (+4) = \dots \quad \theta) \left(-\frac{4}{3}\right) : \left(+\frac{4}{3}\right) = \dots$$

- 3 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
 α) $(-3 \cdot 2 - 5)x = \dots\dots\dots$ β) $-3(2 - 5x) = \dots\dots\dots$ γ) $-3(2 - 5)x = \dots\dots\dots$
 δ) $-2(x \cdots \dots) = \dots\dots + 6$ ε) $(3 + x)(2 + y) = \dots\dots\dots$ στ) $4(\dots + \dots) = 12x + 8$
- 4 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:
 i) Αν δύο αριθμοί είναι αντίθετοι, τότε:
 α) είναι ομόσημοι β) έχουν ίσες απόλυτες τιμές
 γ) έχουν γινόμενο μηδέν δ) έχουν γινόμενο τη μονάδα.
- ii) Αν δύο αριθμοί είναι αντίστροφοι, τότε:
 α) είναι ετερόσημοι β) έχουν άθροισμα μηδέν
 γ) έχουν ίσες απόλυτες τιμές δ) έχουν γινόμενο τη μονάδα.
- 5 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:
 α) Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ομόσημοι.
 β) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι θετικός αριθμός.
 γ) Η απόλυτη τιμή κάθε πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός.
 δ) Δύο αριθμοί με γινόμενο θετικό και άθροισμα αρνητικό είναι αρνητικοί.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



- 1 Να κάνετε τις πράξεις:
 α) $2 + 3 \cdot 4 - 12 : (-4) + 1$ β) $2 + 3 \cdot (4 - 12) : (-4 + 1)$
 γ) $-3 \cdot (-2) - 5 + 4 : (-2) - 6$ δ) $-8 : (-3 + 5) - 4 \cdot (-2 + 6)$
- 2 Τα αποτελέσματα των παρακάτω πράξεων σχηματίζουν το έτος που έγινε ένα γεγονός στη χώρα μας με παγκόσμιο ενδιαφέρον.
 $-(5 - 4) - (+2) + (-6 + 4) - (-7) = \square$
 $4 - (-2 + 6 - 3) + (-9 + 6) = \square$
 $14 + (-6 + 5 - 3) - (-4 - 1) \cdot (-2) = \square$
 $(-3) \cdot (-2) + 4 - (+5) - (-1) : (-1) = \square$
- 3 Ένα αυτοκίνητο ξεκίνησε από τη θέση Ο, κινήθηκε πάνω στον άξονα x'x προς τα αριστερά στη θέση Β και στη συνέχεια προς τα δεξιά στη θέση Γ. Αν είναι ΟΑ = 5 km, τότε να βρείτε πόσο διάστημα διήνυσε το αυτοκίνητο και πόσο μετακινήθηκε από την αρχική του θέση.



4 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{12}\right)$ β) $-\left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{11}{6}\right)$

γ) $-5 \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - 5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$ δ) $\left(1 - \frac{7}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{5}\right) - \frac{3}{5} : \left(-\frac{2}{5} + \frac{2}{3}\right)$

5 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - 1}{3 - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}}$ β) $\frac{-2 \cdot 3 - \frac{1}{4}}{-2 \cdot \left(3 - \frac{1}{4}\right)}$ γ) $-7 + \frac{-3 - \frac{1}{3}}{-2 + \frac{1}{3}}$

6 Οι ελάχιστες θερμοκρασίες μιας πόλης το πρώτο δεκαήμερο του έτους ήταν:

1, -3, 0, 2, 1, -2, -5, 0, -3, -1.

Να βρείτε τη μέση ελάχιστη θερμοκρασία της πόλης το δεκαήμερο αυτό.



7 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά χρησιμοποιώντας το κατάλληλο σύμβολο (+ ή -).

α) $12 \dots 5 \dots 20 = -3$ β) $-8 \dots 9 \dots 1 = 0$
 γ) $\frac{5}{4} \dots \frac{3}{4} \dots \frac{10}{4} = 3$ δ) $-0,35 \dots 6,15 \dots 8,50 = 2$

8 Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $8 - (a - b) + (a - 5 - b) = 3$
 β) $2 - (a + b - \gamma) - (4 + \gamma - \beta) - (-2 - a) = 0$
 γ) $-2 \cdot (a - 3) + a \cdot (-7 + 9) - 3 \cdot (+2) = 0$

9 Αν $x + y = -5$ και $\omega + \phi = -7$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$A = 4 - (x - \omega) - (y - \phi)$ $B = -(-5 - x + \phi) + (-8 + y) - (\omega - 4)$

10 Αν a, β είναι οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου, που έχει περίμετρο 56 και γ, δ οι διαστάσεις ενός άλλου ορθογωνίου, που έχει περίμετρο 32, να υπολογίσετε την παράσταση $A = a - (9 - 2\gamma) - (15 - \beta - 2\delta)$.

11 Να τοποθετήσετε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς

-7, -6, -5, -3, 1, 2, 4, 5, 9

σε ένα τετράγωνο, ώστε τα τρία αθροίσματα να είναι ίσα μεταξύ τους.

+ + =

+ + =

+ + =