Δημήτρης Διαμαντίδης, Γεωργία Ευθυμίου,
Αναστάσιος Κουπετώρης, Ιωάννης Σταμπόλας

Άλγεβρα Α΄ Λυκείου

Β΄ ΤΟΜΟΣ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΑΤΑΚΗ

Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση.

Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις της ελληνικής νομοθεσίας (Ν. 2121/1993, όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής αδείας του εκδότη κατά οποιονδήποτε τρόπο ή μέσο (ηλεκτρονικό, μηχανικό ή άλλο) αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.

Εκδόσεις Πατάκη – Εκπαίδευση
Δημήτρης Διαμαντίδης, Γεωργία Ευθυμίου, Αναστάσιος Κουπετώρης, Ιωάννης Σταμπόλας,
Άλγεβρα Α΄ Λυκείου, β΄ τόμος
Διορθώσεις: Νάντια Κουτσουρούμπα
Υπεύθυνος έκδοσης: Βαγγέλης Μπακλαβάς
DTP: Γιώργος Χατζησπύρος
Φιλμ – μοντάζ: Μαρία Ποινιού-Ρένεση
Copyright© Σ. Πατάκης ΑΕΕΔΕ (Εκδόσεις Πατάκη), Δ. Διαμαντίδης, Γ. Ευθυμίου,
Α. Κουπετώρης και Ι. Σταμπόλας, Αθήνα, 2014
Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Ιανουάριος 2015
Κ.Ε.Τ. 8779 – Κ.Ε.Π. 01/15
ISBN (set.) 978-960-16-5254-2
ISBN (vol. 2) 978-960-16-5250-4

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

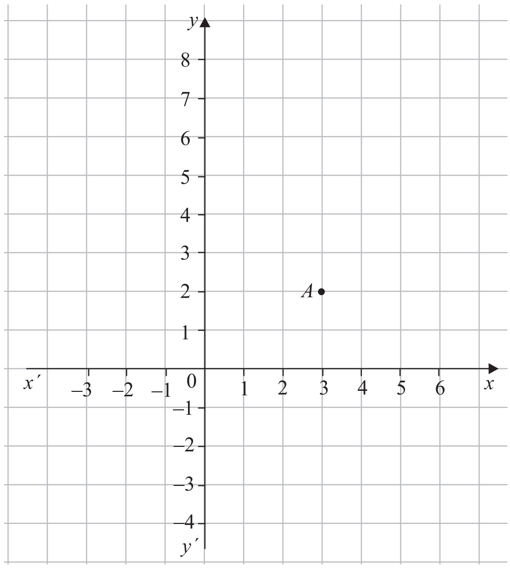
ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,
ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ – ΠΕΡΙΟΧΗ Β΄ ΚΤΕΟ),
570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, Τ.Θ. 1213, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55
Web site: http://www.patakis.gr • e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

1) Έστω το σημείο $A(3,\ 2)$ του καρτεσιανού επιπέδου. Να βρείτε τα σημεία $M\left(x,\ y\right)$ του επιπέδου που προκύπτουν, αν ξεκινώντας κάθε φορά από το σημείο A προχωρήσουμε κ βήματα (μονάδες) παράλληλα με τον άξονα $x'x$ και στη συνέχεια 2κ παράλληλα με τον άξονα $y'y$, για $\kappa = 1,\ 2,\ 3,\ -1,\ -2$, και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα. (*Όταν τα κ και 2κ είναι θετικά, εννοείται ότι προχωράμε κατά τη θετική φορά των αξόνων, κι όταν είναι αρνητικά, κατά την αρνητική φορά.*)



Βήματα κ	Τετμημένη x του σημείου που προκύπτει μετά από κ βήματα	Τεταγμένη y του σημείου που προκύπτει μετά από κ βήματα	$\dfrac{y-2}{x-3}$
1			
2			
3			
–1			
–2			
–3			

Μπορείτε να υποθέσετε σε τι είδους γραμμή θα βρίσκονται όλα τα σημεία που μπορεί να προκύψουν με αυτή τη διαδικασία;
Απ.: ....

2) Έστω το σημείο $A(2,1)$ του καρτεσιανού επιπέδου. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες που αφορούν τα σημεία $M(x,\ y)$ του επιπέδου που προκύπτουν αν ξεκινώντας από το σημείο A προχωρήσουμε κ βήματα παράλληλα με τον άξονα $x'x$ και $\alpha\kappa$ βήματα παράλληλα με τον άξονα $y'y$ για τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ που δίνονται. (*Όταν τα κ και $\alpha\kappa$ είναι θετικά, εννοείται ότι προχωράμε κατά τη θετική φορά των αξόνων, κι όταν είναι αρνητικά, κατά την αρνητική φορά.*)

$\alpha = 1$			
κ	x	y	$\frac{y-1}{x-2}$
1			
2			
–1			
–2			
3			
5			
–4			

$\alpha = \frac{1}{2}$			
κ	x	y	$\frac{y-1}{x-2}$
1			
2			
–1			
–2			
3			
5			
–4			

$\alpha = -2$			
κ	x	y	$\frac{y-1}{x-2}$
1			
2			
–1			
–2			
3			
5			
–4			

3) Λαμβάνοντας υπόψη τους πίνακες του ερωτήματος (2), να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα απαντώντας στις παρακάτω ερωτήσεις:

α	Ερώτηση (α)	Ερώτηση (β)	Ερώτηση (γ)
1			
$\frac{1}{2}$			
–2			

α) Παρατηρώντας την τελευταία στήλη κάθε πίνακα του ερωτήματος (2), μπορείτε να διατυπώσετε κάποια σχέση που να συνδέει τις συντεταγμένες x και y του σημείου M;

β) Ποια είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της γραμμής με τον άξονα $y'y$;

γ) Να λύσετε τη σχέση του ερωτήματος (α) ως προς y.

Πώς συνδέεται το αποτέλεσμα του ερωτήματος (γ) με την τεταγμένη του σημείου τομής με τον άξονα $y'y$ και με τον α;

Απ.: ....

Τον αριθμό α τον ονομάζουμε **συντελεστή διεύθυνσης** ή **κλίση της ευθείας**.

4) Ποια σχέση συνδέει τις συντεταγμένες των σημείων $A(x,\ y)$ μιας ευθείας που τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,\ \beta)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης α;

Απ.: ....

5) Έστω τα σημεία $A(2,1)$ και $B(3,\ 2)$ του καρτεσιανού επιπέδου.

α) Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης που διέρχεται από τα σημεία A και B;

Απ.: ....

β) Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του σημείου B στη σχέση $y=\alpha x+\beta$, να βρείτε τον β.

Απ.: ....

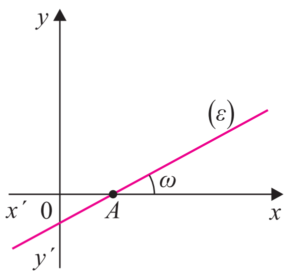
γ) Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A, B;

Απ.: ....

27 Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$

Έστω (ε) μια ευθεία στο καρτεσιανό επίπεδο η οποία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A.

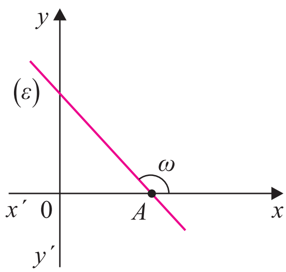
Ορισμος



Γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$ λέμε τη γωνία που διαγράφει η ημιευθεία Ax μέχρι να συμπέσει με την ευθεία (ε), όταν η ημιευθεία αυτή στραφεί κατά τη θετική φορά.

Θετική φορά ορίζουμε τη φορά περιστροφής που είναι αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού.

Αν μια ευθεία είναι παράλληλη με τον άξονα $x'x$ ή συμπίπτει με αυτόν, λέμε ότι σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 0^\circ$.



Για τη γωνιά ω που σχηματίζει μια ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$ ισχύει $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$ ή $0 \leq \omega < \pi$.

Κλίση ή συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας ονομάζουμε τον αριθμό $\lambda = \varepsilon\varphi\omega$.

- Αν $\lambda > 0$, τότε $0^\circ < \omega < 90^\circ$.
- Αν $\lambda < 0$, τότε $90^\circ < \omega < 180^\circ$.
- Αν $\lambda = 0$, τότε $\omega = 0^\circ$ και η ευθεία είναι παράλληλη ή συμπίπτει με τον άξονα $x'x$.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x + \beta$ είναι ευθεία, έστω (ε), η οποία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0,\ \beta)$ και έχει κλίση $\lambda = \alpha$.

Ένα σημείο $M(x,\ y)$ του επιπέδου είναι σημείο της ευθείας (ε) αν και μόνο αν $y = f(x) \Leftrightarrow y = \alpha x + \beta$. Από δω και στο εξής η εξίσωση $y = \alpha x + \beta$ θα ονομάζεται εξίσωση της ευθείας (ε).

Αν ω είναι η γωνία της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ με τον άξονα $x'x$, ισχύει $\varepsilon\varphi\omega = \alpha$.

Αν γνωρίζουμε δύο σημεία της ευθείας $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$, τότε η κλίση της είναι $\alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Πράγματι, αν $y = \alpha x + \beta$ είναι η εξίσωση της ευθείας, τότε ισχύει $y_1 = \alpha x_1 + \beta$ και $y_2 = \alpha x_2 + \beta$. Αφαιρώντας κατά μέλη, έχουμε $y_2 - y_1 = \alpha(x_2 - x_1) \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Αν $\beta = 0$, η συνάρτηση f παίρνει τη μορφή $f(x) = \alpha x$ και η γραφική της παράσταση $y = \alpha x$ περνάει από την αρχή των αξόνων. Ειδικότερα:

- Αν $\alpha = 1$, τότε η ευθεία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και είναι η διχοτόμος των γωνιών xOy και $x'Oy'$.
- Αν $\alpha = -1$, τότε η ευθεία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 135^\circ$ και είναι η διχοτόμος των γωνιών $x'Oy$ και $y'Ox$.

Σχετικές θέσεις δύο ευθειών

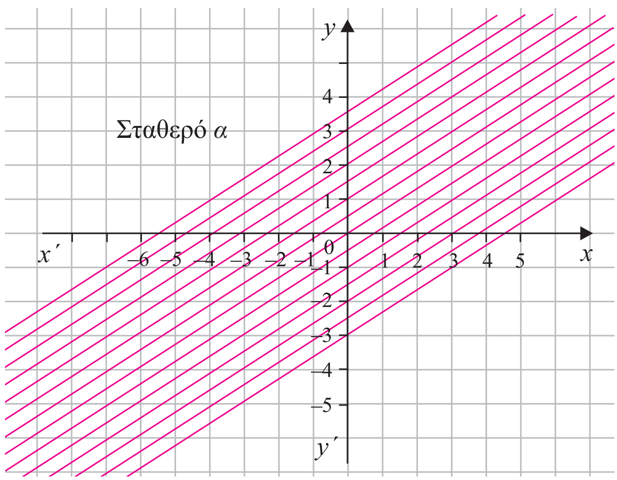
Έστω δύο ευθείες $\varepsilon_1 : y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \alpha_2 x + \beta_2$ οι οποίες σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ γωνίες ω_1 και ω_2 αντίστοιχα.

- Αν $\alpha_1 = \alpha_2$, τότε $\varepsilon\varphi\omega_1 = \varepsilon\varphi\omega_2$, οπότε $\omega_1 = \omega_2$.

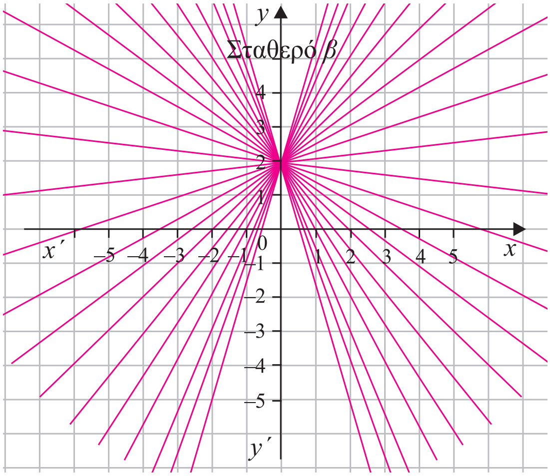
  Στην περίπτωση αυτή, οι δύο ευθείες:

  — είναι παράλληλες, αν $\beta_1 \neq \beta_2$,

  — ταυτίζονται, αν $\beta_1 = \beta_2$.



- Αν $α_1 \neq α_2$, οι ευθείες τέμνονται. Ειδικότερα, αν $β_1 = β_2$, οι ευθείες τέμνονται πάνω στον άξονα $y'y$.



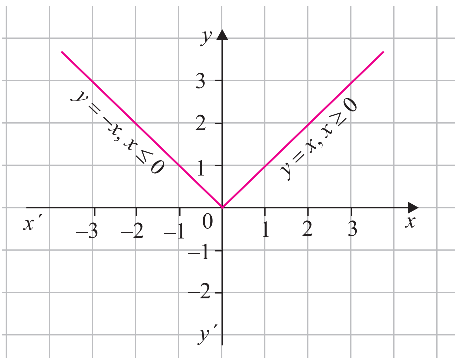
Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι ευθείες $y = αx + β$, $α, β \in \mathbb{R}$, είναι παράλληλες μεταξύ τους για $α$ σταθερό και $β$ μεταβλητό, ενώ διέρχονται όλες από το ίδιο σημείο $(0,\ β)$ για $β$ σταθερό και $α$ μεταβλητό.

Η συνάρτηση $f(x) = |x|$

Από τον ορισμό της απόλυτης τιμής έχουμε:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & \text{αν } x < 0 \\ x, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$$

Επομένως η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x|$ αποτελείται από τις ημιευθείες $y = -x$, με $x \leq 0$, και $y = x$, με $x \geq 0$.



Μ.1 Ο ρόλος των παραμέτρων α και β της ευθείας $y = \alpha x + \beta$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 1

- **[Μ.1.1]** Για τον συντελεστή διεύθυνσης α (κλίση της ευθείας) ισχύει ότι:
  - **i.** **[Μ.1.1.i]** όταν γνωρίζουμε δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$, της ευθείας, τότε ο συντελεστής διεύθυνσης προκύπτει από τον τύπο $\alpha = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$,
  - **ii.** **[Μ1.1.ii]** όταν γνωρίζουμε τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία με τον θετικό ημιάξονα $x'x$ και ζητείται ο α ή, αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε τον α και ζητείται η γωνία ω, χρησιμοποιούμε τη σχέση $\alpha = \varepsilon\varphi\omega$. Υπενθυμίζουμε ότι:

ω	0°	30°	45°	60°	120°	135°	150°
$\varepsilon\varphi\omega$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

  - **iii.** **[Μ1.1.iii]** αν $\alpha > 0$, τότε η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον θετικό ημιάξονα $x'x$ είναι οξεία, ενώ, αν $\alpha < 0$, η γωνία αυτή είναι αμβλεία, και αντίστροφα. Η περίπτωση $\alpha = 0$ αντιστοιχεί σε ευθεία της μορφής $y = \beta$ με γραφική παράσταση παράλληλη στον άξονα $x'x$.
- **[Μ.1.2]** Ο σταθερός όρος β εκφράζει την τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα $y'y$, δηλαδή η ευθεία διέρχεται πάντα από το σημείο $(0, \beta)$. Αν $\beta = 0$, η ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων.

η Λυμένα Θέματα

27.1 **Δίνονται τα σημεία $A(-1, 0)$, $B(\sqrt{3}, 4)$, $\Gamma(\sqrt{27}, -2)$, $\Delta(x^2, x+2)$. Να βρεθούν:**

α. ο συντελεστής διεύθυνσης και το είδος της γωνίας ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία:
i. A, B, ii. B, Γ,

β. ο $x \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και Δ:
i. να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία, ii. να έχει κλίση 2.

Λύση

[M.1.1.i, M.1.1.iii]

α. i. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας AB είναι:

$$\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-0}{\sqrt{3}-(-1)} = \frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)} = \frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}^2-1^2} = 2\left(\sqrt{3}-1\right) > 0$$

Άρα, αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία AB με τον άξονα $x'x$, θα είναι $0^\circ < \omega < 90^\circ$, δηλαδή οξεία.

ii. Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας $B\Gamma$ είναι:

$$\alpha = \frac{y_\Gamma - y_B}{x_\Gamma - x_B} = \frac{-2-4}{\sqrt{27}-\sqrt{3}} = \frac{-6}{\sqrt{9\cdot 3}-\sqrt{3}} = \frac{-6}{3\sqrt{3}-\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{-6}{2\sqrt{3}} = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = -\sqrt{3} < 0$$

Άρα $90^\circ < \omega < 180^\circ$, δηλαδή η γωνία ω που σχηματίζει η $B\Gamma$ με τον άξονα $x'x$ είναι αμβλεία.

[M.1.1.iii, M.1.1.ii]

β. Έστω ω η γωνία που σχηματίζει η ευθεία $A\Delta$ με τον άξονα $x'x$. Επειδή $x^2+1 \neq 0$, ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας $A\Delta$ και είναι:

$$\alpha = \frac{y_\Delta - y_A}{x_\Delta - x_A} = \frac{x+2-0}{x^2-(-1)} = \frac{x+2}{x^2+1}$$

i. Για να είναι η ω οξεία, πρέπει $\alpha > 0 \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{x^2+1} > 0 \xLeftrightarrow{x^2+1>0} x+2>0 \Leftrightarrow x > -2.$

Άρα πρέπει $x \in (-2, +\infty)$.

ii. Για να έχει η $A\Delta$ κλίση ίση με 2, πρέπει:

$$\alpha = 2 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x^2+1} = 2 \Leftrightarrow x+2 = 2x^2+2 \Leftrightarrow x(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \left(x = 0 \text{ ή } x = \frac{1}{2}\right)$$

27.2 **Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon), (\zeta), (\eta), (\theta), (\upsilon)$ και (μ) με αντίστοιχες εξισώσεις $y = 17x-2$, $y = -2(x-1)-2$, $y+x=0$, $y+2=\sqrt{3}x$, $y = \dfrac{2\sqrt{12}x-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ και $y-2x = 2(-x-1)$.**

α. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης καθεμιάς από τις ευθείες και το είδος της γωνίας ω που σχηματίζει αυτή με τον άξονα $x'x$.

β. Ποιες από τις παραπάνω ευθείες:

i. διέρχονται από την αρχή των αξόνων;

ii. τέμνουν τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,-2)$;

Λύση

[Μ.1.1.iii]

α. Για την (ε), $\alpha = 17 > 0$, άρα η γωνία ω είναι οξεία.

Για τη (ζ), $y = -2(x-1) - 2 \Leftrightarrow y = -2x + 2 - 2 \Leftrightarrow y = -2x$, άρα $\alpha = -2 < 0$, επομένως η γωνία είναι αμβλεία.

Για την (η), $y + x = 0 \Leftrightarrow y = -x$, άρα $\alpha = -1 < 0$, επομένως η γωνία είναι αμβλεία.

Για τη (θ), $y + 2 = \sqrt{3}x \Leftrightarrow y = \sqrt{3}x - 2$, άρα $\alpha = \sqrt{3} > 0$, επομένως η γωνία είναι οξεία.

Για την (υ), $y = \dfrac{2\sqrt{12}x - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow y = \dfrac{2\sqrt{12}}{\sqrt{2}}x - \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$y = 2\sqrt{\dfrac{12}{2}}x - \sqrt{4} \Leftrightarrow y = 2\sqrt{6}x - 2$, άρα $\alpha = 2\sqrt{6} > 0$, δηλαδή η γωνία είναι οξεία.

Για τη (μ), $y - 2x = 2(-x-1) \Leftrightarrow y - 2x = -2x - 2 \Leftrightarrow y = -2$, άρα

$\alpha = 0 \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\omega = 0 \Leftrightarrow \omega = 0^\circ$.

[Μ.1.2]

β. i. Όλες οι παραπάνω ευθείες είναι της μορφής $y = \alpha x + \beta$. Από την αρχή των αξόνων διέρχονται όσες έχουν $\beta = 0$. Αυτό συμβαίνει μόνο με τις (ζ) και (η).

ii. Τον άξονα $y'y$ τέμνουν στο $(0,-2)$ όσες από τις παραπάνω ευθείες έχουν $\beta = -2$, δηλαδή οι ευθείες (ε), (θ), (υ) και (μ).

27.3 **Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $y = (|\kappa - 1| - 3)x + \kappa^2 + \kappa - 2$. Να βρεθεί ο $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε η ευθεία (ε):**

α. να έχει κλίση ίση με -2,

β. να έχει κλίση 0 και να μη συμπίπτει με τον $x'x$,

γ. να σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον οριζόντιο άξονα,

δ. να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45°,

ε. να περνάει από την αρχή των αξόνων, αλλά να μη συμπίπτει με τον άξονα $x'x$.

Λύση

[Μ.1.2]

α. Πρέπει $|κ-1|-3=-2 \Leftrightarrow |κ-1|=1 \Leftrightarrow (κ-1=1 \text{ ή } κ-1=-1) \Leftrightarrow (κ=2 \text{ ή } κ=0)$.

β. Για να έχει κλίση 0, πρέπει:

$$|κ-1|-3=0 \Leftrightarrow |κ-1|=3 \Leftrightarrow (κ-1=3 \text{ ή } κ-1=-3) \Leftrightarrow (κ=4 \text{ ή } κ=-2)$$

Επίσης, για να μη συμπίπτει η $(ε)$ με τον $x'x$, πρέπει $κ^2+κ-2 \neq 0$. Λύνουμε την εξίσωση $κ^2+κ-2=0 \Leftrightarrow κ^2-1+κ-1=0 \Leftrightarrow (κ-1)(κ+1)+κ-1=0 \Leftrightarrow$ $(κ-1)(κ+2)=0 \Leftrightarrow (κ=1 \text{ ή } κ=-2)$. Άρα $κ \neq 1$ και $κ \neq -2$.

Τελικά, $κ=4$.

[Μ.1.1.iii]

γ. Για να σχηματίζει η $(ε)$ αμβλεία γωνία με τον οριζόντιο άξονα, πρέπει $α<0 \Leftrightarrow |κ-1|-3<0 \Leftrightarrow |κ-1|<3 \Leftrightarrow -3<κ-1<3 \Leftrightarrow -2<κ<4$. Άρα $κ \in (-2,\ 4)$.

[Μ.1.1.ii]

δ. Πρέπει $εφω = εφ45^\circ \Leftrightarrow εφω=1 \Leftrightarrow |κ-1|-3=1 \Leftrightarrow |κ-1|=4 \Leftrightarrow$ $(κ-1=4 \text{ ή } κ-1=-4) \Leftrightarrow (κ=5 \text{ ή } κ=-3)$.

[Μ.1.2]

ε. Πρέπει η εξίσωση της $(ε)$ να είναι της μορφής $y=αx$, με $α \neq 0$.

Άρα πρέπει $κ^2+κ-2=0 \Leftrightarrow (κ-1)(κ+2)=0 \Leftrightarrow (κ=1 \text{ ή } κ=-2)$ και από το ερώτημα (β) για $α \neq 0$ προκύπτει ότι $κ \neq 4$ και $κ \neq -2$. Τελικά, $κ=1$.

Προτεινόμενες Ασκήσεις για λύση

27.4 Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης των παρακάτω ευθειών:

α. $y = -x + 5$ **β.** $y = \frac{2x}{3} - 1$

γ. $y = 2$ **δ.** $y = \frac{-x+1}{4}$

ε. $y = \frac{2-3x}{5}$ **στ.** $y = \frac{-1+\sqrt{3}x}{-\sqrt{3}}$

ζ. $y = \frac{\sqrt{12}x - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ **η.** $y = \alpha^2 + \beta^2$

27.5 Ποιες από τις παρακάτω ευθείες διέρχονται από την αρχή των αξόνων;

$(\varepsilon): y = -\sqrt[4]{7}x$, $(\zeta): y = 2 - 5x$,

$(\eta): y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}-1}$, $(\theta): y = \frac{1-x}{2} - \frac{1}{2}$,

$(\iota): y = 3$, $(\kappa): y = 0$, $(\lambda): x = 0$, $(\mu): x = 3$

27.6 Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ καθεμία από τις παρακάτω ευθείες:

α. $y = x + 3$ **β.** $y = \frac{-\sqrt{3}x - 1}{\sqrt{3}}$

γ. $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + 2$ **δ.** $y = -\sqrt{3}$

ε. $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ **στ.** $y = \frac{3x-1}{\sqrt{3}}$

ζ. $y = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{12}}x$ **η.** $y = \frac{-\sqrt{3}x - 3}{3}$

θ. $y = \frac{3-3x}{\sqrt{3}}$ **ι.** $y = \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}x}{1-\sqrt{2}} - 5$

27.7 Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης και το είδος της γωνίας που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία:

α. $A\left(-\sqrt{2}, -2\right)$ και $B\left(3\sqrt{2}, 6\right)$

β. $A\left(-\frac{13}{8}, \sqrt{12}\right)$ και $B\left(\sqrt[4]{5}, 2\sqrt{3}\right)$

γ. $A\left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$ και $B(-1, 1)$

δ. $A\left(\frac{6}{2\sqrt{3}}, 17^5\right)$ και $B\left(\frac{\sqrt{105}}{\sqrt{35}}, -5^{-3}\right)$

27.8 Να συμπληρωθεί με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) ο παρακάτω πίνακας:

Εξίσωση ευθείας	Διέρχεται από το O	Τέμνει $y'y$ στο -1	Τέμνει $y'y$ στο 2	Σχηματίζει με $x'x$ οξεία γωνία	Σχηματίζει με $x'x$ αμβλεία γωνία
$(\varepsilon_1): y = -\frac{2x}{3} + 2$					
$(\varepsilon_2): y = 7x - 1$					
$(\varepsilon_3): y = -5x$					
$(\varepsilon_4): y = 2 - 11x$					
$(\varepsilon_5): y = -3x - 1$					
$(\varepsilon_6): y = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)$					
$(\varepsilon_7): y = \frac{x}{2}$					