Χαράλαμπος Παπαθεοδώρου

Φυσική Β΄ Λυκείου
Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

Β΄ ΤΟΜΟΣ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση.

Εκδόσεις Πατάκη – Εκπαίδευση
Χαράλαμπος Παπαθεοδώρου, *Φυσική Β΄ Λυκείου, Ομάδας προσανατολισμού θετικών σπουδών – Β΄ τόμος*
Επιστημονική επιμέλεια: Σοφία Λιανού
Διορθώσεις: Ελένη Μαρτζούκου
Υπεύθυνος έκδοσης: Βαγγέλης Μπακλαβάς
DTP: Γιώργος Χατζησπύρος
Φιλμ – μοντάζ: Μαρία Ποινιού-Ρένεση

Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2014
Κ.Ε.Τ. 9427 – Κ.Ε.Π. 646/14
ISBN 978-960-16-5957-2

Επικοινωνία με τον συγγραφέα Χαράλαμπο Παπαθεοδώρου:
τηλ.: 210 6130139, 6937559171, e-mail: fidelso@yahoo.gr

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΑΤΑΚΗ

ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,
ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ – ΠΕΡΙΟΧΗ Β΄ ΚΤΕΟ),
570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, Τ.Θ. 1213, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55
Web site: http://www.patakis.gr • e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στο βιβλίο αυτό παρουσιάζονται με αναλυτικό τρόπο οι δύο πρώτες ενότητες («Καμπυλόγραμμες κινήσεις: Οριζόντια βολή, Κυκλική κίνηση» και «Διατήρηση της ορμής») της *Φυσικής Προσανατολισμού* της Β΄ Λυκείου.

Σε κάθε κεφάλαιο περιέχονται:

- Θεωρία με μορφή ερωτήσεων, ώστε ο μαθητής να επικεντρώνεται στο συγκεκριμένο θέμα.
- Παρατηρήσεις που βοηθούν τον μαθητή να κατανοήσει βασικά σημεία και να αποφύγει τυχόν «παγίδες» που θα τον οδηγήσουν σε λανθασμένη επίλυση. Οι παρατηρήσεις αυτές θα βοηθήσουν τον μαθητή ιδιαίτερα στην επανάληψη που θα κάνει για τις εξετάσεις του Ιουνίου.
- Βασικές ασκήσεις υποδειγματικά λυμένες. Στη διαδικασία της επίλυσης παρουσιάζονται σε πλαίσιο «σημεία-κλειδιά» που βοηθούν τον μαθητή να βγάλει χρήσιμα συμπεράσματα τα οποία μπορεί να χρησιμοποιήσει για τη λύση των ασκήσεων.
- Ερωτήσεις που καλύπτουν όλο το φάσμα της διδακτέας ύλης και βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση της θεωρίας.
- Ασκήσεις και προβλήματα προς λύση, των οποίων το πλήθος και η πολυμορφία εξασφαλίζουν τη σωστή προετοιμασία του μαθητή.
- Κριτήρια αξιολόγησης, για να ελέγξει ο μαθητής τις γνώσεις του.

Μετά την ανάπτυξη των κεφαλαίων της διδακτέας ύλης, παρατίθενται πίνακες με τους πιο σημαντικούς τύπους, καθώς και τρία επαναληπτικά κριτήρια αξιολόγησης.

Στο τέλος του βιβλίου βρίσκονται οι απαντήσεις στις ερωτήσεις και οι λύσεις των ασκήσεων, των προβλημάτων και των κριτηρίων αξιολόγησης.

Ευχαριστώ όλους τους συναδέλφους και τους μαθητές μου που με τις παρατηρήσεις τους βοήθησαν στη συγγραφή του βιβλίου αυτού και ευελπιστώ στις υποδείξεις τους για την περαιτέρω βελτίωσή του.

Ο συγγραφέας

Περιεχομενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο
ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

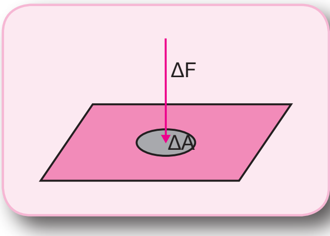
8.1) Ποιες είναι οι βασικές παραδοχές της κινητικής θεωρίας για τα ιδανικά αέρια;

Η κινητική θεωρία των ιδανικών αερίων στηρίχτηκε στις παρακάτω παραδοχές:

- **Τα μόρια του αερίου συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές σφαίρες.** Ο συνολικός όγκος των μορίων του αερίου είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του δοχείου στο οποίο βρίσκεται το αέριο.
- **Στα μόρια δεν ασκούνται δυνάμεις παρά μόνο τη στιγμή της κρούσης μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου.** Γι' αυτό τον λόγο στο διάστημα μεταξύ δύο κρούσεων η κίνηση των μορίων είναι ευθύγραμμη ομαλή.
- **Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα είναι ελαστικές.** Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια των μορίων δε μεταβάλλεται κατά την κρούση τους με τα τοιχώματα.

8.2) Ποια σχέση συνδέει την πίεση του αερίου με τις ταχύτητες των μορίων του αερίου;

Γνωρίζουμε ότι πίεση p είναι το **μονόμετρο** μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο του μέτρου της δύναμης ΔF που ασκείται κάθετα σε μία στοιχειώδη επιφάνεια προς το εμβαδόν ΔA της επιφάνειας αυτής. Δηλαδή: $p=\frac{\Delta F}{\Delta A}$



Όταν ένα αέριο είναι κλεισμένο σε ένα δοχείο, η πίεση που ασκείται στα τοιχώματα του δοχείου οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούν τα μόρια του αερίου κατά τις κρούσεις τους με τα τοιχώματα. Εφαρμόζοντας τους νόμους της μηχανικής και τις παραδοχές της κινητικής θεωρίας των αερίων, προκύπτει η παρακάτω σχέση, που συνδέει την πίεση του αερίου με τις ταχύτητες των μορίων του αερίου:

$$p=\frac{1}{3}\frac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$$

όπου
N: ο αριθμός των μορίων του αερίου,
m: η μάζα κάθε μορίου,
V: ο όγκος του δοχείου,

$\overline{\upsilon^2}$: η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου, δηλαδή $\overline{\upsilon^2} = \dfrac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}$.

8.3) Να αποδείξετε τη σχέση $p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$.

Στη σχέση $p = \dfrac{1}{3}\dfrac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$ το γινόμενο Nm είναι η ολική μάζα του αερίου.

Επομένως: $p = \dfrac{1}{3}\dfrac{m_{ολ}\overline{\upsilon^2}}{V}$ (1)

Γνωρίζουμε ότι η πυκνότητα ρ ορίζεται ως το πηλίκο της μάζας m ενός σώματος προς τον όγκο V που αυτό καταλαμβάνει. Δηλαδή: $\rho = \dfrac{m}{V}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $p = \dfrac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$

8.4) Να αποδείξετε τη σχέση μεταξύ της μέσης μεταφορικής κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου και της απόλυτης θερμοκρασίας.

Γνωρίζουμε ότι $p = \dfrac{1}{3}\dfrac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$ (3)

Διαιρώντας και πολλαπλασιάζοντας το δεύτερο μέλος της παραπάνω σχέση με το 2, έχουμε:

$p = \dfrac{2}{3}\dfrac{N}{V}\left(\dfrac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$ (4)

Από τη σχέση (4) προκύπτει: $pV = \dfrac{2}{3}N\left(\dfrac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$ (5)

Εάν N_A (σταθερά Avogadro) είναι ο αριθμός των μορίων ανά mol, ισχύει $n = \dfrac{N}{N_A}$ και η καταστατική εξίσωση των αερίων γράφεται: $pV = nRT = \dfrac{N}{N_A}RT$

Το πηλίκο των δύο σταθερών R και N_A ονομάζεται **σταθερά του Boltzmann k**. Δηλαδή:

$k = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ J/(\text{μόριο} \cdot K)$

Επομένως μπορούμε να γράψουμε: $pV = NkT$ (6)

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (5) και (6) και λύνοντας ως προς T προκύπτει:

$\dfrac{2}{3}N\left(\dfrac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right) = NkT$ ή $T = \dfrac{2}{3}\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$ (7)

Η σχέση (7) συνδέει τη θερμοκρασία με τη μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

8.5) Τι γνωρίζετε για την ενεργό ταχύτητα των μορίων ενός αερίου;

Ενεργός ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu}$ των μορίων ενός αερίου ονομάζεται η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου. Δηλαδή: $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}}$

Από τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$ προκύπτει:

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{3kT}{m} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Αν και το 98% των ατόμων που υπάρχουν στο σύμπαν είναι είτε άτομα υδρογόνου είτε άτομα ηλίου, στην ατμόσφαιρα της Γης υπάρχει ελάχιστο υδρογόνο και ήλιο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ένα μεγάλο ποσοστό των ατόμων υδρογόνου και ηλίου που βρίσκεται στην ατμόσφαιρα της Γης έχουν μεγαλύτερες ταχύτητες από την ταχύτητα διαφυγής που απαιτείται για να διαφύγουν από την ατμόσφαιρα της Γης.

8.6) Να αποδείξετε τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Γνωρίζουμε ότι $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$.

Πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή του υπόρριζου με τη σταθερά του Avogadro έχουμε: $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kN_AT}{N_Am}}$ (8)

Επειδή $kN_A = R$ και $N_Am = M$ (M: η γραμμομοριακή μάζα), η σχέση (8) γίνεται: $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

➢ **Ενεργός ταχύτητα**

Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός αερίου μπορεί να υπολογιστεί από τις παρακάτω σχέσεις:

- $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$, όπου p η πίεση του αερίου και ρ η πυκνότητά του,
- $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, όπου T η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και m η μάζα κάθε μορίου,
- $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, όπου T η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και M η γραμμομοριακή του μάζα.

- **Ενεργός ταχύτητα και θερμοκρασία αερίου**

Εάν γνωρίζουμε την ενεργό ταχύτητα των μορίων ενός αερίου $\upsilon_{\varepsilon\nu_1}$ σε μία θερμοκρασία T_1, μπορούμε να υπολογίσουμε την ενεργό ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu_2}$ σε μία άλλη θερμοκρασία T_2, διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις που δίνουν την ενεργό ταχύτητα στις δύο θερμοκρασίες.

$$\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_1}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_2}} = \frac{\sqrt{\dfrac{3kT_1}{m}}}{\sqrt{\dfrac{3kT_2}{m}}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_2} = \upsilon_{\varepsilon\nu_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

- **Ενεργός ταχύτητα και μέση κινητική ενέργεια**

Έστω δύο δοχεία που περιέχουν δύο διαφορετικά ιδανικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία.
Τα μόρια των δύο αερίων έχουν ίση μέση κινητική ενέργεια, επειδή εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία $\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT\right)$, αλλά διαφορετική ενεργό ταχύτητα, επειδή εξαρτάται και από τη θερμοκρασία και από τη μάζα κάθε μορίου του αερίου $\left(\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}\right)$.

- **Διαφορά $\bar{\upsilon}^2$ και $\overline{\upsilon^2}$**

Το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας των μορίων ενός αερίου δίνεται από τη σχέση:

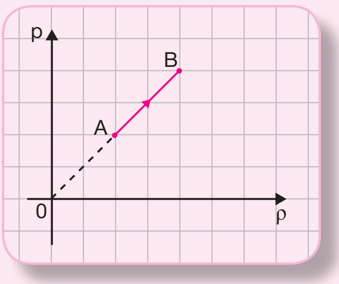
$$\bar{\upsilon}^2 = \left(\frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \ldots + \upsilon_N}{N}\right)^2$$

Η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου δίνεται από τη σχέση:

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι: $\bar{\upsilon}^2 \neq \overline{\upsilon^2}$

- **Διαγράμματα p-ρ και p-$\overline{\upsilon^2}$**



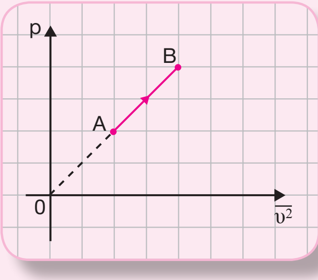
• Εάν η γραφική παράσταση της πίεσης σε συνάρτηση με την πυκνότητα είναι ευθεία γραμμή και η προέκτασή της διέρχεται από την αρχή των αξόνων, σημαίνει ότι τα δύο ποσά p και ρ είναι ανάλογα, δηλαδή $\frac{p}{\rho} = $σταθερό.

Επομένως από τη σχέση $p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$ προκύπτει:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{3}\overline{\upsilon^2} = \text{σταθερό} \quad \text{ή} \quad \overline{\upsilon^2} = \text{σταθερό}.$$

Επειδή όμως $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$, προκύπτει ότι η θερμοκρασία είναι σταθερή και επομένως η μεταβολή είναι ισόθερμη.

• Εάν η γραφική παράσταση της πίεσης σε συνάρτηση με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου είναι ευθεία γραμμή και η προέκτασή της διέρχεται από την αρχή των αξόνων, σημαίνει ότι τα δύο ποσά p και $\overline{\upsilon^2}$ είναι ανάλογα, δηλαδή $\frac{p}{\overline{\upsilon^2}} =$ σταθερό.



Επομένως από τη σχέση $p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$ προκύπτει:

$\frac{p}{\overline{\upsilon^2}} = \frac{1}{3}\rho =$ σταθερό ή $\rho =$ σταθερό.

Επειδή όμως $\rho = \frac{m}{V}$, ο όγκος είναι σταθερός και επομένως η μεταβολή είναι ισόχωρη.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

8.7) Να υπολογίσετε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του υδρογόνου σε θερμοκρασία $T_1 = 500\,K$ και την ενεργό ταχύτητα των μορίων του ηλίου σε θερμοκρασία $T_2 = 360\,K$. Δίνονται: $M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3}\,kg/mol$, $M_{He} = 4 \cdot 10^{-3}\,kg/mol$ και $3R = 25\,J/mol \cdot K$.

Λύση

Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός αερίου υπολογίζεται από τη σχέση: $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός ιδανικού αερίου μπορεί να υπολογιστεί από τις σχέσεις:

$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ και $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

Εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση για το υδρογόνο σε θερμοκρασία $T_1 = 500K$ έχουμε:

$$\upsilon_{\varepsilon\nu_{H_2}} = \sqrt{\frac{3RT_1}{M_{H_2}}} = 2.500\,m/s$$

Αντίστοιχα, για το ήλιο σε θερμοκρασία $T_2 = 360K$ έχουμε: $\upsilon_{\varepsilon\nu_{He}} = \sqrt{\frac{3RT_2}{M_{He}}} = 1.500\,m/s$

8.8) Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου περιέχεται σε κλειστό δοχείο σε θερμοκρασία $T_1 = 320\,K$ και πίεση $p_1 = \frac{10}{9} \cdot 10^5\,N/m^2$. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου είναι $\upsilon_{\varepsilon\nu_1} = 500\,m/s$. Να υπολογίσετε:

α) την πυκνότητα του αερίου στη θερμοκρασία T_1,

β) την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου σε θερμοκρασία $\theta_2 = 1.007\,^\circ C$.

Λύση

α) Λύνοντας τη σχέση $p_1 = \frac{1}{3}\rho_1\overline{\upsilon_1^2}$ ως προς την πυκνότητα ρ_1 έχουμε:

$$\rho_1 = \frac{3p_1}{\overline{\upsilon_1^2}} \quad \text{ή} \quad \rho_1 = \frac{3p_1}{\upsilon_{\varepsilon\nu_1}^2} \quad \text{ή} \quad \rho_1 = \frac{4}{3}\text{kg/m}^3$$

β) Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου δίνεται από τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. Σε θερμοκρασίες $T_1 = 320\text{K}$ και $T_2 = 273 + 1.007 = 1.280\text{K}$ έχουμε αντίστοιχα:

$$\upsilon_{\varepsilon\nu_1} = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}} \quad (1) \quad \text{και} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_2} = \sqrt{\frac{3kT_2}{m}} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

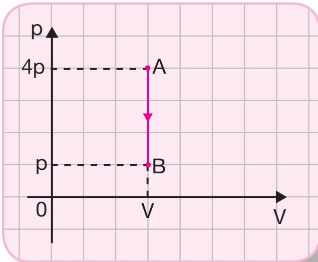
$$\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_1}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_2}} = \frac{\sqrt{\frac{3kT_1}{m}}}{\sqrt{\frac{3kT_2}{m}}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_1}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_2} = \upsilon_{\varepsilon\nu_1}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_2} = 1.000\text{m/s}$$

Εάν γνωρίζουμε την $\upsilon_{\varepsilon\nu_1}$ σε μία θερμοκρασία T_1, μπορούμε να υπολογίσουμε την $\upsilon_{\varepsilon\nu_2}$ σε θερμοκρασία T_2 από τη σχέση: $\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_1}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

8.9) **Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται στη μεταβολή A→B που παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση A είναι $\upsilon_{\varepsilon\nu_A} = 460\,\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:**

α) την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση B,

β) τον λόγο $\frac{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A}{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_B}$.



Λύση

α) Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, ο όγκος είναι σταθερός. Επομένως η μεταβολή A→B είναι ισόχωρη και ισχύει:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{p_B T_A}{p_A} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{T_A}{4}$$

Σε θερμοκρασίες T_A και T_B η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου είναι αντίστοιχα:

$$\upsilon_{\varepsilon\nu_A} = \sqrt{\frac{3kT_A}{m}} \quad (1) \quad \text{και} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_B} = \sqrt{\frac{3kT_B}{m}} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

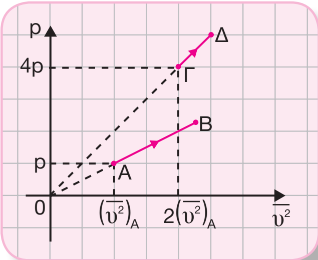
$$\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}}=\frac{\sqrt{\frac{3kT_A}{m}}}{\sqrt{\frac{3kT_B}{m}}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}}=\sqrt{\frac{T_A}{T_B}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_B}=\upsilon_{\varepsilon\nu_A}\sqrt{\frac{T_B}{T_A}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_{\varepsilon\nu_B}=230\,\text{m/s}$$

β) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου δίνεται από τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}=\frac{3}{2}kT$. Επομένως:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A}{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_B}=\frac{\frac{3}{2}kT_A}{\frac{3}{2}kT_B}=\frac{T_A}{T_B}=4$$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός ιδανικού αερίου είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του αερίου.

8.10) Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υπόκειται στις μεταβολές Α→Β και Γ→Δ που παριστάνονται στο διάγραμμα της πίεσης του αερίου σε συνάρτηση με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του.



α) Να εξηγήσετε τι είδους είναι οι μεταβολές Α→Β και Γ→Δ.
β) Να βρείτε τη σχέση των όγκων V_A και V_Γ στις καταστάσεις Α και Γ αντίστοιχα.
γ) Να συγκρίνετε τις θερμοκρασίες T_A και T_Γ.
δ) Να συγκρίνετε τις τιμές της ενεργού ταχύτητας των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Α και Γ.
ε) Να υπολογίσετε το ποσοστό στα εκατό της μεταβολής της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου, εάν μεταβεί με οποιονδήποτε τρόπο από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ.

Λύση

α) Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, οι γραφικές παραστάσεις των μεταβολών Α→Β και Γ→Δ είναι ευθείες, οι προεκτάσεις των οποίων διέρχονται από την αρχή των αξόνων. Επομένως: $\frac{p}{\overline{\upsilon^2}}=$σταθερό.

Άρα από τη σχέση $p=\frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$ προκύπτει ότι στη διάρκεια των μεταβολών Α→Β και Γ→Δ η πυκνότητα διατηρείται σταθερή. Επειδή $\rho=\frac{m}{V}$ και η μάζα δε μεταβάλλεται, προκύπτει ότι και ο όγκος διατηρείται σταθερός. Επομένως οι μεταβολές είναι ισόχωρες.
Από το διάγραμμα προκύπτει ότι στη διάρκεια των μεταβολών Α→Β και Γ→Δ η πίεση, άρα και η θερμοκρασία, αυξάνονται. Δηλαδή, οι μεταβολές είναι ισόχωρες θερμάνσεις.

β) $p_A = \frac{1}{3}\rho_A\left(\overline{\upsilon^2}\right)_A \quad (1)$ και $p_\Gamma = \frac{1}{3}\rho_\Gamma\left(\overline{\upsilon^2}\right)_\Gamma \quad (2)$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{p_A}{p_\Gamma} = \frac{\rho_A\left(\overline{\upsilon^2}\right)_A}{\rho_\Gamma\left(\overline{\upsilon^2}\right)_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{4} = \frac{\rho_A}{\rho_\Gamma}\cdot\frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \rho_A = 2\rho_\Gamma \quad \text{ή} \quad \frac{m}{V_A} = 2\frac{m}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = 2V_A$$

γ) Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση των αερίων στις καταστάσεις Α και Γ έχουμε:

$p_A V_A = nRT_A \quad (3)$ και $p_\Gamma V_\Gamma = nRT_\Gamma \quad (4)$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{p_A V_A}{p_\Gamma V_\Gamma} = \frac{nRT_A}{nRT_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{p_A}{p_\Gamma}\cdot\frac{V_A}{V_\Gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad T_\Gamma = 8T_A$$

δ) Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου δίνεται από τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. Εφαρμόζοντας τη σχέση αυτή στις καταστάσεις Α και Γ έχουμε:

$\upsilon_{\varepsilon\nu_A} = \sqrt{\frac{3kT_A}{m}} \quad (5)$ και $\upsilon_{\varepsilon\nu_\Gamma} = \sqrt{\frac{3kT_\Gamma}{m}} \quad (6)$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (5) και (6) προκύπτει:

$$\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_\Gamma}} = \frac{\sqrt{\frac{3kT_A}{m}}}{\sqrt{\frac{3kT_\Gamma}{m}}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_\Gamma}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_\Gamma}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_\Gamma}} = \sqrt{\frac{1}{8}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_\Gamma}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

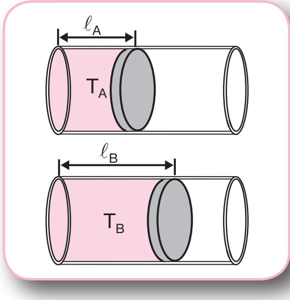
ε) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου δίνεται από τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$. Επομένως:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A}{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_\Gamma} = \frac{\frac{3}{2}kT_A}{\frac{3}{2}kT_\Gamma} = \frac{T_A}{T_\Gamma} = \frac{1}{8}$$

Το ποσοστό στα εκατό της μεταβολής της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου κατά τη μεταβολή Α→Γ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\pi\% = \frac{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_\Gamma - \left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A}{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A}\cdot 100\% = \left[\frac{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_\Gamma}{\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)_A} - 1\right]\cdot 100\% = (8-1)\cdot 100\% = 700\%$$

8.11) **Ένα κυλινδρικό δοχείο περιέχει ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία $T_A = 350\,K$ και κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο διατομής A που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο τοποθετείται με τον άξονά του οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα, και το έμβολο ισορροπεί (κατάσταση Α). Αυξάνουμε σιγά σιγά τη θερμοκρασία στο δοχείο, μέχρις ότου το μήκος της αέριας στήλης αυξηθεί κατά 96%, και το έμβολο ισορροπεί (κατάσταση Β).**



Να υπολογίσετε:

α) τη θερμοκρασία T_B του αερίου στην κατάσταση Β,

β) τον λόγο $\dfrac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}}$ των ενεργών ταχυτήτων των μορίων του αερίου στις καταστάσεις Α και Β,

γ) τον λόγο $\dfrac{\rho_A}{\rho_B}$ των πυκνοτήτων του αερίου στις καταστάσεις Α και Β.

Λύση

α) Γνωρίζουμε ότι: $\ell_B = \ell_A + 0{,}96\ell_A$ ή $\ell_B = 1{,}96\ell_A$

Επειδή η μετακίνηση του εμβόλου γίνεται αργά και χωρίς τριβές, η πίεση του αερίου είναι σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Δηλαδή, η μεταβολή Α→Β είναι ισοβαρής και ισχύει:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad \frac{A\ell_A}{A\ell_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad \text{ή} \quad T_B = \frac{T_A\ell_B}{\ell_A} \quad \text{ή} \quad T_B = 1{,}96T_A = 686K$$

β) Εφαρμόζοντας τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$ στις καταστάσεις Α και Β έχουμε:

$$\upsilon_{\varepsilon\nu_A} = \sqrt{\frac{3kT_A}{m}} \quad (1) \qquad \text{και} \qquad \upsilon_{\varepsilon\nu_B} = \sqrt{\frac{3kT_B}{m}} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}} = \frac{\sqrt{\frac{3kT_A}{m}}}{\sqrt{\frac{3kT_B}{m}}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}} = \sqrt{\frac{1}{1{,}96}} \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_{\varepsilon\nu_A}}{\upsilon_{\varepsilon\nu_B}} = \frac{1}{1{,}4} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

γ) Εφαρμόζοντας τη σχέση $\rho = \dfrac{m}{V}$ στις καταστάσεις Α και Β έχουμε:

$$\rho_A = \frac{m}{V_A} \quad (3) \qquad \text{και} \qquad \rho_B = \frac{m}{V_B} \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m}{V_A}}{\frac{m}{V_B}} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{A\ell_B}{A\ell_A} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{1{,}96\ell_A}{\ell_A} \quad \text{ή} \quad \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1{,}96$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

8.12) Να σχολιάσετε την πρόταση: «Τα μόρια ενός ιδανικού αερίου συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές σφαίρες που κινούνται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα».

8.13) Να αποδείξετε τη σχέση $\overline{\upsilon^2} = \dfrac{3p}{\rho}$.

8.14) Να σχολιάσετε την πρόταση: «Η μέση κινητική ενέργεια και η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός ιδανικού αερίου εξαρτώνται μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου».

8.15) Να σχολιάσετε την πρόταση: «Σε μία ισόχωρη μεταβολή ενός ιδανικού αερίου η πυκνότητα και η μέση κινητική ενέργεια του αερίου παραμένουν σταθερές».

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

8.16) Σε ένα ιδανικό αέριο:
α) τα μόριά του δρουν σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές σφαίρες.
β) ο συνολικός όγκος των μορίων του είναι ίσος με τον όγκο του δοχείου στο οποίο περιέχεται.
γ) η κίνηση των μορίων του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

8.17) Σε ένα ιδανικό αέριο:
α) τα μόριά του συγκρούονται πλαστικά μεταξύ τους και ελαστικά με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχονται.
β) η κινητική ενέργεια των μορίων δε μεταβάλλεται κατά την κρούση τους με τα τοιχώματα του δοχείου.
γ) τα μόριά του αλληλεπιδρούν συνεχώς μεταξύ τους.

8.18) Η πίεση που ασκούν τα μόρια ενός ιδανικού αερίου στα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχονται:
α) είναι διανυσματικό μέγεθος.
β) οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούν τα μόρια του αερίου στα τοιχώματα του δοχείου.
γ) δίνεται από τη σχέση $p = \Delta F \cdot \Delta A$.

8.19) Η πίεση που ασκεί ένα ιδανικό αέριο είναι:
α) αντιστρόφως ανάλογη του όγκου του δοχείου στο οποίο περιέχεται.
β) ανάλογη με το τετράγωνο της πυκνότητάς του.
γ) αντιστρόφως ανάλογη με τον συνολικό αριθμό των μορίων του αερίου.